

mäßigen Verteilung durch  $A'$  zu ersetzen ist:

$$A'/A = (2/3)^{1/2} e^{(1-c)} a_0/a = 4 a_0/3 a;$$

$$c \approx 0,5772 \text{ (Eulersche Konstante).}$$

Zur Berechnung der Funktionen  $r_H$ ,  $r_\theta'$  und  $r_\theta$  [Gln. (3), (4) und (5)] müssen die Integrale (6) mit den in Tab. 1 angegebenen Relaxationszeiten berechnet werden. Dabei braucht nicht zwischen den Fällen  $a_0$  und  $a \neq a_0$  unterschieden zu werden.

Die Integrale (6) können ohne Schwierigkeit für  $ka \ll 3$  gelöst werden. Bei  $ka \gg 3$  erfolgte die Berechnung mit einem Hewlett-Packard-Computer 9100 B. In Tab. 2 sind für letzteren Fall Näherungsformeln angegeben.

Für kleine Dipollängen sind die isothermen galvanomagnetischen Transportkoeffizienten konstant. Im anderen Grenzfall werden sie über  $A$  von der Temperatur, der effektiven Masse und der Dipollänge abhängig. In Abb. 1 sind hierfür  $r_H(A)$ ,  $r_\theta'(A)$  und  $r_\theta(A)$  dargestellt.

Abschließend soll noch ein Vergleich der Transportkoeffizienten bei Dipolstreuung mit denen bei anderen Streuprozessen erfolgen. Während bei Streuung an akustisch unpolarisierten Phononen das Verhältnis  $(r_{H \text{ ak. unpol.}}/r_{H \text{ Dipol}})_{ka \ll 3} = 16/15 \approx 1,07$  wird, ist bei der magnetischen Widerstandsänderung der Phononenprozeß um einen Faktor  $(r_{\theta \text{ ak. unpol.}}/r_{\theta \text{ Dipol}})_{ka \ll 3} \approx 3,16$  größer. Nach DELVES<sup>8</sup> ist für optisch polarisierte Phononen der Hall-Faktor bei  $T = \Theta$  ( $\Theta$  = Debye-Temperatur)  $\approx 1,10$  und entspricht damit etwa demjenigen für Dipolstreuung bei  $ka \ll 3$ . Der von MANSFIELD<sup>9</sup> berechnete Hall-Faktor bei Streuung an nicht gepaarten ionisierten Störstellen hat einen ähnlichen Verlauf wie der bei Dipolstreuung für  $ka \gg 3$  in Abb. 1 dargestellte. Er unterscheidet sich durch eine andere Variable  $A_I = 8 m^* \varepsilon_0 (k_0 T)^2 \eta^{1/2} / e^2 \hbar^2 n$ , strebt aber für sehr große  $A_I$  demselben Grenzwert  $(r_{H \text{ Dipol}})_{ka \gg 3} \approx 1,93$  zu.

<sup>1</sup> H. REISS, C. S. FULLER u. F. J. MORIN, Bell Syst. Techn. J. **35**, 535 [1956].

<sup>2</sup> E. M. CONWELL u. V. WEISSKOPF, Phys. Rev. **77**, 388 [1950].

<sup>3</sup> H. BROOKS, Phys. Rev. **83**, 879 [1954].

<sup>4</sup> P. P. DEBYE u. E. M. CONWELL, Phys. Rev. **93**, 693 [1954].

<sup>5</sup> R. B. DINGLE, Phil. Mag. **46**, 831 [1955].

<sup>6</sup> J. APPEL u. W. B. TEUTSCH, J. Phys. Chem. Solids **23**, 1521 [1962].

<sup>7</sup> A. A. TSERTSVADZE, Fiz. Tekhn. Poluprovodnikov **3**, 409 [1969].

<sup>8</sup> R. T. DELVES, Proc. Phys. Soc. **73**, 572 [1959].

<sup>9</sup> R. MANSFIELD, Proc. Phys. Soc. B **69**, 862 [1956].

## Experimenteller Nachweis stationärer Inversionen atomarer Niveaus in einem expandierenden Wasserstoff-Plasma

P. HOFFMANN und W. L. BOHN

DFVLR-Institut für Plasmadynamik, Stuttgart

(Z. Naturforsch. **27 a**, 878—880 [1972]; eingegangen am 27. Januar 1972)

### *Experimental Evidence for Stationary Population Inversions of Atomic Levels in an Expanding Hydrogen Plasma*

Detailed calculations of population densities of excited levels in a decaying hydrogen plasma flow predict population inversions within a definite range of plasma parameters. This has been verified experimentally in a rapid expanding plasma where the characteristic time of decay was much shorter than the relaxation time of the ground state. Population inversions have been found for the first transitions of the Paschen and Brackett series.

Die Erzeugung von Besetzungsinversionen zwischen zwei angeregten Energieniveaus mit Hilfe gasdynamischer Methoden ist erstmals von HURLE und HERTZBERG<sup>1</sup> vorgeschlagen worden und hat in den letzten Jahren zu den Erfolgen des gasdynamischen Lasers geführt. Der Grundgedanke besteht darin, die für die Inversion erforderliche Überbesetzung des oberen Energieniveaus bzw. Unterbesetzung des unteren Energie-

niveaus durch schnelle Änderung des thermischen Zustandes des entsprechenden Gases zu erzielen. Dabei muß die Zustandsänderung in Zeiten vollzogen werden, die vergleichbar oder kleiner sind als die Relaxationszeit der betreffenden Niveaus. Diese auf molekulare Gasströmungen mit großem Erfolg angewandte Methode ist bislang im Bereich atomarer Gasströmungen erfolglos geblieben, denn die Relaxationszeiten der Energieniveaus von Atomen sind so kurz ( $\approx 10^{-7}$  sec), daß die Forderungen an eine die Besetzungsdichte „einfrierende“ schnelle Expansion experimentell nur schwierig erfüllt werden können. Eine solche dynamische Methode stellt jedoch die Ausgangsbasis für die Entwicklung eines plasmadynamischen Lasers dar, wenn es gelingt, gemessen an der experimentellen Realisierbarkeit günstigere Kriterien für das Auftreten von Inversionen in Plasmen zu finden. Ein plasmadynamischer Laser verspricht eine größere relative Leistungssteigerung im Vergleich mit konventionellen Systemen, als der gasdynamische Molekül-Laser. Bei letzterem ist nämlich die strömungsmechanisch abzuführende Verlustenergie kleiner als bei atomaren oder Ionen-Lasern.

Eine umfassende Untersuchung des Verhaltens von Quantenniveaus der Atome bzw. Ionen in einem zerfallenden, strömenden Plasma liefert neue Kriterien für die Erzeugung von Inversionen, wobei der Relaxationszeit des Grundzustandes entscheidende Bedeutung zukommt. Wie an anderer Stelle gezeigt worden ist<sup>2</sup>, ergeben sich aus dieser Theorie feste Plasmamaparameterbereiche, in denen Inversionen auftreten. Sie werden dann erreicht, wenn bei geeigneter Temperatur und

Sonderdruckanforderungen an Dipl.-Phys. W. L. BOHN, Deutsche Forschungs- und Versuchsanstalt für Luft- und Raumfahrt eV, Institut für Plasmadynamik, D-7000 Stuttgart 80, Pfaffenwaldring 38—40.



Dieses Werk wurde im Jahr 2013 vom Verlag Zeitschrift für Naturforschung in Zusammenarbeit mit der Max-Planck-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften e.V. digitalisiert und unter folgender Lizenz veröffentlicht: Creative Commons Namensnennung-Keine Bearbeitung 3.0 Deutschland Lizenz.

Zum 01.01.2015 ist eine Anpassung der Lizenzbedingungen (Entfall der Creative Commons Lizenzbedingung „Keine Bearbeitung“) beabsichtigt, um eine Nachnutzung auch im Rahmen zukünftiger wissenschaftlicher Nutzungsformen zu ermöglichen.

This work has been digitalized and published in 2013 by Verlag Zeitschrift für Naturforschung in cooperation with the Max Planck Society for the Advancement of Science under a Creative Commons Attribution-NoDerivs 3.0 Germany License.

On 01.01.2015 it is planned to change the License Conditions (the removal of the Creative Commons License condition "no derivative works"). This is to allow reuse in the area of future scientific usage.

Dichte der Plasmazustand sich in Zeiten ändert, die kleiner oder vergleichbar mit der Relaxationszeit des Grundzustandes sind. Da letztere um einige Größenordnungen länger als die der angeregten Niveaus ist, wird das Auftreten von Inversionen dem Experiment zugänglich.

Die Aussage dieser Theorie wird hier experimentell bestätigt: es werden erstmals stationäre Inversionen einiger atomarer Wasserstoff-Niveaus nachgewiesen. Die bisherigen Untersuchungen wurden mit dem in <sup>3</sup> näher beschriebenen Plasmabeschleuniger durchgeführt, der hier jedoch ohne überlagertes Fremdmagnetfeld betrieben wurde. Dabei wurde der untersuchte Plasmastrahl von einer kontinuierlich brennenden coaxialen Hohl-anodenentladung mit stiftförmiger Wolframkathode und ringförmiger, wassergekühlter Kupferanode erzeugt. Experimente mit reinem Wasserstoff führten bislang nicht zu eindeutig gesicherten Inversionen; das gemessene Verhältnis

$$V_{ik} = \frac{n_i}{n_k} \cdot \frac{g_k}{g_i} \quad (\text{wobei die Inversion durch } V_{ik} > 1 \text{ definiert ist})$$

ergab zwar für einige Niveaus Werte  $\gtrsim 1$ , die aber innerhalb des Meßfehlers von etwa 5% lagen. Mit Sicherheit wurde jedoch das Auftreten von Inversionen von Wasserstoff-Niveaus unter Beimischung von Helium im Überschuß nachgewiesen. Diese Experimente werden im folgenden beschrieben und die ersten Ergebnisse diskutiert.

Ein Wasserstoff-Heliumgemisch  $\dot{m}_{H_2} = 14$  mg/sec,  $\dot{m}_{He} = 190$  mg/sec wurde aufgeheizt und in einen Vakuumtank auf einen Enddruck von  $p_{\infty} = 0,15$  Torr entspannt. Die zugeführte elektrische Leistung betrug 3,8 kW. In 45 cm axialem Abstand von der Anode wurde in der Strahlachse mit Hilfe einer Langmuir-Sonde die Elektronendichte zu  $n_e = 3 \cdot 10^{12}$  cm<sup>-3</sup> und die Elektronentemperatur zu  $T_e = 3300$  °K bestimmt <sup>4</sup>. Die Erfassung dieser Parameter im gesamten Strahlbereich ist vorgesehen. Außerdem konnte die mittlere axiale Plasmaschwerpunktgeschwindigkeit,  $v_z$ , abgeschätzt werden: der Plasmastrahl weist eine typische Stoßstruktur auf, welche auf eine Überschallströmung schließen läßt, d. h.  $v_z \geq v_s$ , wobei  $v_s$  die Schallgeschwindigkeit ist. An Hand der gemessenen Daten ist folglich mit einer Axialgeschwindigkeit des Plasmas von  $3 \cdot 10^5$  cm/sec oder mehr zu rechnen.

Die absoluten Intensitäten der Spektrallinien  $H_{\alpha}$  bis  $H_{\epsilon}$  wurden side-on in verschiedenen axialen Abständen von der Anode photoelektrisch gemessen. Daraus ergaben sich die radialen Dichteprofile der angeregten Niveaus mit den Hauptquantenzahlen  $n=3$  bis 7 durch die Abel-Transformation der über das gesamte Linienprofil integrierten Intensitäten. Die starke He II-Linie bei 4686 Å konnte nicht nachgewiesen werden. Damit kann ausgeschlossen werden, daß die den Wasserstoff-Linien überlagerten Linien des ionisierten Heliums das Meßergebnis verfälschen.

Abbildung 1 zeigt den radialen Verlauf der durch die jeweiligen statistischen Gewichte dividierten Besetzungsdichten in einem Querschnitt 45 cm von der

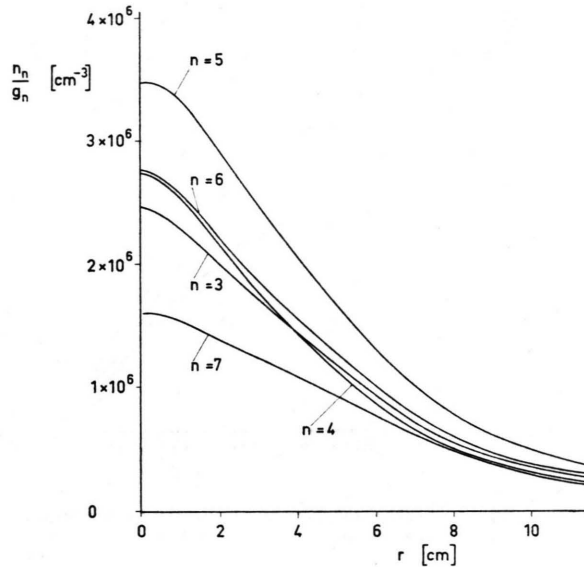


Abb. 1. Radialer Verlauf der Besetzungsdichten der Quantenniveaus bei  $z=45$  cm, statistisches Gewicht  $g$ , Hauptquantenzahl  $n$ .

Anode entfernt. Ihr rascher Abfall deutet auf starke Gradienten der Plasmaparameter hin, jedoch bleiben, wie in Abb. 2 gezeigt wird, die aus den Dichten gewonnenen Besetzungsverhältnisse weitgehend konstant. Der axiale Verlauf der Besetzungsdichten sowie deren Verhältnisse in der Strahlachse sind in den Abb. 3 und 4 wiedergegeben. Aus Gründen der Übersichtlichkeit sind die sich zusätzlich aus Abb. 3 ergebenden Inversionen der Übergänge  $5 \rightarrow 4$  und  $6 \rightarrow 4$  in Abb. 4 nicht eingetragen. Im erfaßten Meßbereich fallen die Dichten mit fortschreitendem Zerfall des Plasmas um etwa eine Größenordnung ab. Die entsprechenden Verhältnisse steigen mit wachsendem axialem Abstand von der Anode an bzw. durchlaufen ein Maximum (Übergang

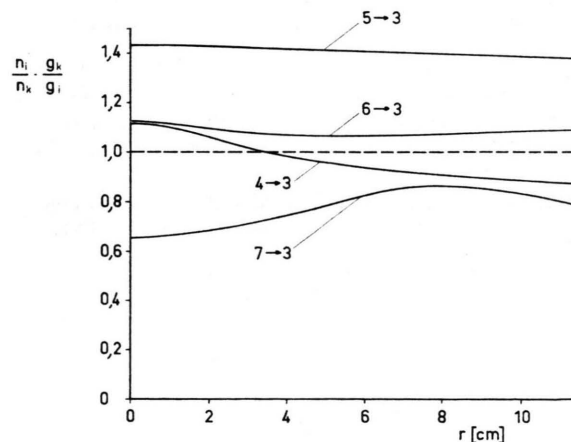


Abb. 2. Radialer Verlauf der Besetzungsdichteverhältnisse des oberen Niveaus  $i$  zum unteren Niveau  $k$  für die jeweils angegebenen  $i \rightarrow k$ .

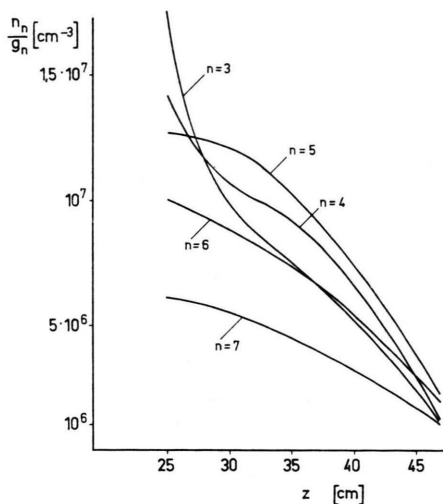


Abb. 3. Axialer Verlauf der Besetzungsdichten in der Strahlachse. Bezeichnungen wie in Abbildung 1.

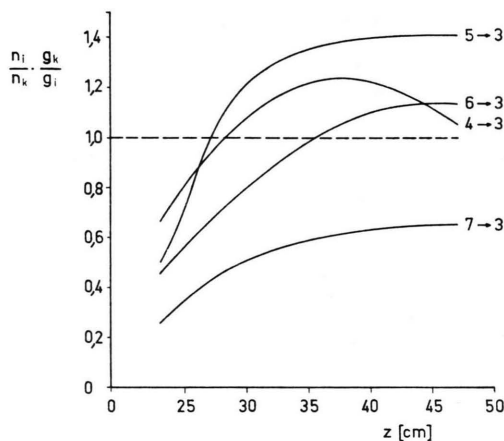


Abb. 4. Axialer Verlauf der Besetzungsdichteverhältnisse in der Strahlachse. Bezeichnungen wie in Abbildung 2.

4  $\rightarrow$  3). Für den entladungsnahen Bereich ( $z < 25$  cm) treten erwartungsgemäß keine Inversionen auf. Erst nach einer entsprechenden Relaxationslänge überschreiten die Verhältnisse der Besetzungsdichten (5,3), (4,3)

und (6,3) den Inversionsschwellwert. Diese liegt in der Größenordnung der Relaxationszeit des Grundzustandes unter der Berücksichtigung der ermittelten Plasmageschwindigkeit. Die relativen Werte der Inversionen der Übergänge (5,3), (4,3) und (6,3) sowie ihr Verlauf über  $z$  (fallende Elektronendichte) stimmen mit der Theorie überein. Für den Übergang (7,3) ist oberhalb einer Elektronendichte von  $n_e = 10^{12} \text{ cm}^{-3}$  auch theoretisch keine Inversion zu erwarten. Unter den oben angegebenen experimentellen Bedingungen konnten die beschriebenen Inversionen über einen Zeitraum von etwa einer Stunde beobachtet werden.

Während die Werte der Besetzungsdichten auf Grund der Absolutmessung der jeweiligen Intensitäten einen Fehler von etwa 20% aufweisen, ergibt sich für die Verhältnisse der Besetzungsdichten eine Genauigkeit von etwa 5%, da sie aus einer Relativmessung der Intensitäten hervorgehen. Die Stationarität des Plasmastrahles selbst wurde während der Messung laufend kontrolliert. Alle gemessenen Intensitäten fallen von der Achse des Plasmas zu dessen Rand monoton ab. Daher war es mit einer numerischen Abel-Transformation (siehe <sup>5</sup>) auf Grund der zahlreichen, digital erfaßten Meßpunkte möglich, den Fehler in den resultierenden Emissionskoeffizienten weit unter der oben angegebenen Fehlergrenze zu halten. In diesem Zusammenhang ist besonders zu erwähnen, daß bereits die side-on gemessenen Intensitäten, bei gleicher Schichtlänge aller Linien, Inversionen aufweisen.

Die Rolle des beigemischten Heliums ist noch nicht endgültig geklärt. Da keine Energieresonanzen zwischen Helium- und Wasserstoff-Atomen existieren, wird jedoch angenommen, daß durch elastische Stöße zwischen Elektronen und Helium-Atomen eine wirksame Abkühlung der Elektronen stattfindet <sup>6</sup>.

Bemerkenswert ist, daß sowohl die Verringerung des Durchflusses, als auch die Erhöhung der Leistungszufuhr die Inversionen zerstört. Da beides mit einer Erhöhung der Elektronendichte verbunden ist, steht dieser Befund in Übereinstimmung mit der Theorie, welche oberhalb einer von der Elektronentemperatur nur schwach abhängenden kritischen Dichte von  $n_e \approx 10^{13} \text{ cm}^{-3}$  keine Inversionen voraussagt. Versucht man andererseits durch Erhöhen des Durchflusses bzw. Erniedrigung der Leistungszufuhr die Elektronendichte herabzusetzen, so treten Entladungsinstabilitäten auf, die schließlich zum Erlöschen der Entladung führen.

<sup>1</sup> I. R. HURLE u. A. HERTZBERG, Phys. Fluids **8**, 1601 [1965].

<sup>2</sup> W. L. BOHN, Phenomena in Ionized Gases, Oxford, England, 386 [1971].

<sup>3</sup> M.-U. BETH, M. G. KLING u. P. HOFFMANN, Phenomena in Ionized Gases, Oxford, England, 380 [1971].

<sup>4</sup> Diese Messungen wurden freundlicherweise von Herrn W. MAYERHOFER zur Verfügung gestellt (Institut für Plasmadynamik).

<sup>5</sup> W. L. BOHN, M.-U. BETH u. G. NEDDER, J. Quant. Spectroscop. Radiat. Transfer. **7**, 661 [1967].

<sup>6</sup> E. E. SON, High Temperature **8**, 1061 [1970].